

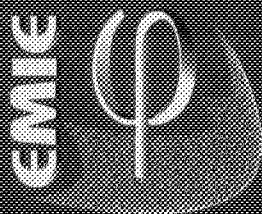
2^o Congreso Nacional

sobre la enseñanza de las
matemáticas
en ingeniería de
edificación

18 -19 julio 2013

Escuela Técnica Superior
de Ingeniería de Edificación
Universitat Politècnica de València

www.congresoemie.upv.es

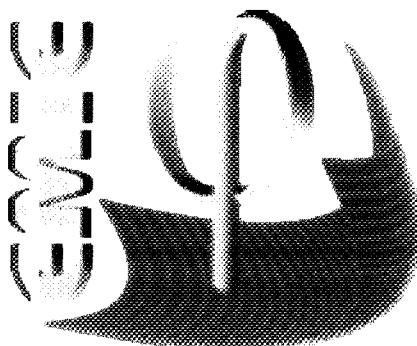


ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
INGENIERÍA DE
EDIFICACIÓN



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

EDITORIAL UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



**ACTAS_2º CONGRESO NACIONAL SOBRE
LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN INGE-
NIERÍA DE EDIFICACIÓN -EMIE-**

18-19 Julio 2013
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE
EDIFICACIÓN
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
INGENIERÍA DE
EDIFICACIÓN



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Los contenidos de esta publicación han sido evaluados por los miembros del
Comité Editorial que en él se relacionan

Primera edición, 2013

© Editores: Joaquín Moreno Torres
 Ángeles Rodrigo Molina
 Francisco J. Sanchis Sampedro
 José Luis Ponz Tienda

© de la presente edición: Editorial Universitat Politècnica de València
Distribución: Telf. 963 877 012 / <http://www.lalibreria.upv.es> / Ref. 6092

ISBN: 978-84-8363-992-4 (Versión CD)

Producido bajo demanda

Queda prohibida la reproducción, la distribución, la comercialización, la transformación y, en general, cualquier otra forma de explotación, por cualquier procedimiento, de la totalidad o de cualquier parte de esta obra sin autorización expresa y por escrito de los autores.

Relación entre el grado de corrosión y el comportamiento mecánico de armaduras b500sd corroídas

Esther Moreno¹ esther.moreno@upm.es

Luisa Martín² luisa.martin.horcajo@upm.es

J. Gabriel Palomo² gabriel.palomo@upm.es

1.- Departamento de Construcciones Arquitectónicas. EUAT de la UPM.

2.- Departamento de Matemática Aplicada. EUAT de la UPM.

Resumen

Las propiedades mecánicas de las armaduras varían como consecuencia de un proceso de corrosión. Al realizar un ensayo de tracción sobre barras corroídas, se observan disminuciones en los valores de los alargamientos últimos y bajo carga máxima, así como de las tensiones en el límite elástico y de rotura. Por lo tanto, la corrosión tiene como consecuencia la disminución de las propiedades mecánicas de la armadura.

En este trabajo se discuten las herramientas de orden matemático necesarias para la presentación, a los alumnos de grado en edificación, de una metodología para el análisis de la incidencia de la corrosión de armaduras en su límite elástico y su resistencia a tracción, discutiendo los resultados de un ensayo de tracción.

Palabras clave: *Corrosión; Acero corrugado; Hormigón armado; Regresión lineal; Análisis de la varianza; Contrastes.*

Introducción y objetivos

Dentro de las asignaturas de materiales que forman parte del plan de estudios conducente a la obtención del <<Grado en Edificación>> se estudia, por su importancia, el problema de la corrosión de armaduras, que es el principal factor de deterioro de las estructuras de hormigón. Esta corrosión tiene como consecuencia la reducción de la vida útil de la estructura, siendo extremadamente costosa su rehabilitación una vez que el proceso se ha desencadenado.

La ductilidad de la armadura es una propiedad mecánica relacionada con la capacidad de absorción de energía antes de la fractura. Esta energía depende del grado de deformación plástica que puede experimentar un acero hasta la rotura. La ductilidad de un acero viene cuantificada por los valores de su resistencia en el límite elástico, su resistencia máxima y su alargamiento bajo carga máxima.

Los resultados experimentales, que se facilitan a los alumnos, se encuentran en la siguiente tabla.

Porcentaje de corrosión	Resistencia	Límite elástico
0	649,1	540,9
4,01	632,38	517,5
4,97	636,94	533,8
5,12	652,92	531
6,55	672,61	562,1
7,43	645,23	525,6
7,55	634,05	505,8
7,92	633,08	530,3
8,01	642,55	543,2
8,52	653,04	550,1
9,09	647,8	528,9
9,16	658,14	554,1
10,09	626,51	523,6
10,36	582,36	474,7
11,42	578,87	458,9
11,76	616,48	469,3
11,91	591	495,8
12,31	617,62	517,4
12,35	593,73	491,9
12,42	609,23	512,1
13	594,38	504,4
13,34	621,47	506,7
13,64	633,2	527,7
13,67	620,42	514,4
15,12	574,25	519,3
15,21	622,61	521,1

El objetivo de este trabajo es analizar, como se haría con los alumnos del grado en edificación, el conjunto de datos experimentales, resaltando las herramientas de tipo matemático necesarias para encontrar modelos que expliquen las variaciones de las propiedades mecánicas de las barras en función de su grado de corrosión.

Análisis descriptivo de los datos

Un primer análisis del conjunto de datos muestra la existencia de una barra que no ha sido sometida al proceso de corrosión y que, por lo tanto, posee un porcentaje de corrosión nulo. Esta barra se ha incluido en el ensayo con objeto de tomarla como referencia, por lo que parece razonable transformar el conjunto de datos original, de manera que cada nuevo dato represente la proporción de la variable correspondiente, en cada nivel de corrosión, frente al valor de la variable en la barra sin corroer. Para ello basta con dividir cada dato de la variable *Resistencia* por 649,1 y cada

valor de la variable *Límite elástico* por 540,9. Los análisis a los que se hará referencia a partir de este momento se referirán a este nuevo conjunto de datos transformados.

Una primera idea acerca de cómo puede depender cada una de las características mecánicas observadas en el ensayo del grado de corrosión puede obtenerse con un gráfico X-Y. Así, los siguientes gráficos (figuras 2 y 3) representan la resistencia y el límite elástico de cada una de las barras frente a su grado de corrosión.

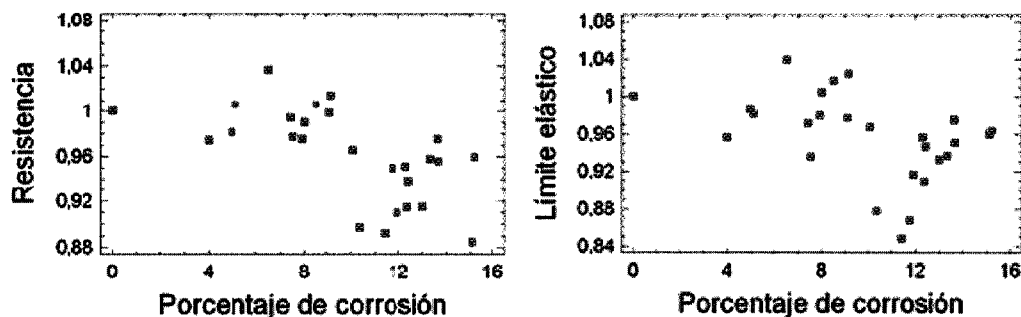


Figura 2: corrosión frente a resistencia Figura 3: corrosión frente a límite elástico

La observación de la estructura de estos gráficos permite obtener las siguientes conclusiones:

- Parece que existe una relación de dependencia entre ambas variables y el grado de corrosión de las mismas, ya que, en general, el valor de las dos características mecánicas disminuye conforme aumenta el grado de corrosión de las barras.
- La dispersión de los puntos de estos gráficos parece indicar que la relación de dependencia entre estas variables no se puede expresar por medio de un modelo determinista, por lo que será necesario emplear modelos estadísticos. De manera más precisa, modelos de regresión.
- Por último, cabe señalar la existencia de datos que muestran una mayor resistencia, y un mayor límite elástico, en barras corroídas que en la barra de referencia sin corroer. Es importante, en opinión de los autores de esta comunicación, que los alumnos entiendan que este hecho no supone una contradicción en el contexto del problema. Pues, si bien es verdad que las propiedades estudiadas disminuyen, en general, con la corrosión, no tiene porqué ser cierto que, necesariamente, una barra menos corroída que otra presente mayor valor de resistencia o de límite elástico que otra con mayor índice de corrosión. Explicándose este hecho por la variabilidad asociada a cualquier fenómeno que contenga componentes aleatorias.

Análisis de Regresión

El objetivo básico de las técnicas de regresión es el de encontrar modelos que expliquen de forma aproximada la relación de dependencia entre distintas variables. La forma de los modelos de regresión simple, en los que se relaciona una variable explicada con otra explicativa es del tipo:

$$y_i = f(x_i) + e_i$$

Donde y representa la variable explicada, en este caso la resistencia o el límite elástico, y x es la variable explicativa, en este caso el grado de corrosión. Por otra parte, e representa una componente aleatoria, el error experimental, cuya presencia evita que un valor de la variable explicativa determine exactamente un valor de la variable explicada. El subíndice i hace referencia a la observación concreta a la que se aplica el modelo.

En este caso, los coeficientes de correlación entre el grado de corrosión y la resistencia de las barras, y entre el grado de corrosión y el límite elástico de dichas barras son $-0,6217$ y $-0,43$, respectivamente. Y si bien estos coeficientes no son demasiado altos, el hecho de que estos coeficientes sean significativos al 95%, (p valores respectivos 0,0007 y 0,0268), junto con los gráficos X-Y presentados anteriormente, justifica que se calculen los modelos de regresión lineal que permitan modelizar el comportamiento de la resistencia y del límite elástico, en función del grado de corrosión.

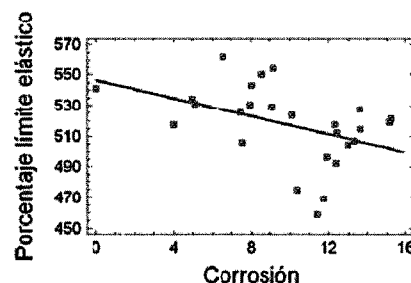
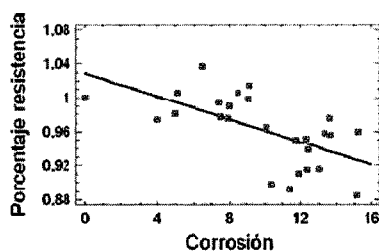
Empleando un paquete estadístico apropiado como *R* o *Statgraphics* se tiene que el modelo de regresión estimado en el caso de la resistencia es:

$$\text{Resistencia} = 1,028 - 0,00674 \times \text{Corrosión} + e$$

Y para el caso del límite elástico este modelo es:

$$\text{Límite elástico} = 546,402 - 2,9257 \times \text{Corrosión} + e$$

Los siguientes gráficos (figuras 4 y 5) permiten observar el ajuste de las rectas de regresión calculadas a los datos empíricos, mostrados en gráficos anteriores.



Figuras 4 y 5: rectas de regresión estimadas entre corrosión y resistencia (izquierda) y entre corrosión y límite elástico.

La interpretación de los coeficientes de los modelos estimados indica que un aumento de un uno por ciento en el porcentaje de la corrosión produce una disminución en la proporción de resistencia, con respecto a la barra sin corroer, de 0,0067, mientras que, en el caso del límite elástico, esta disminución es de 2,9257.

Por otra parte, los contrastes de linealidad realizados en los dos modelos, con objeto de discutir si la pendiente de la recta de regresión podría ser cero, arrojan unos p valores respectivos de 0,0007 y de 0,0268. Lo que indica que, en ambos casos, el modelo es significativo, al 95%.

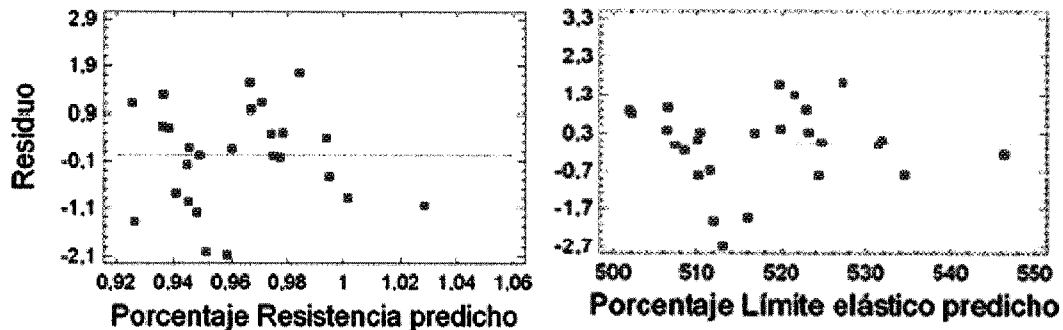
Además, los coeficientes de determinación en ambos modelos son, respectivamente, el 38,65% y el 18,83%. Estos coeficientes se interpretan como el porcentaje de variabilidad de la resistencia y del límite elástico, respectivamente, explicados por la variación del porcentaje de corrosión. El hecho de que este porcentaje sea, en ambos casos, relativamente pequeño indica que, si bien el grado de corrosión de las armaduras tiene una incidencia significativa en las variables mecánicas estudiadas, deben existir otras variables, no tenidas en cuenta en el ensayo experimental, que expliquen, también de manera significativa, la variabilidad de la resistencia y del límite elástico de las armaduras.

Para terminar el análisis de regresión es necesario proceder a la validación o diagnóstico del modelo. Esta necesidad procede del hecho de que la realización de la estimación del modelo de regresión, y de los contrastes relativos al mismo, se basan en el cumplimiento de las siguientes hipótesis acerca del comportamiento del error experimental, además de la linealidad entre la variable explicativa y la explicada:

- Todos los errores experimentales, e_i son variables aleatorias normales de media cero y con la misma desviación típica, σ , (homocedasticidad).
- Todos los errores experimentales son independientes entre sí.

La verificación de estas condiciones se realiza por medio del análisis de los residuos, obtenidos como la diferencia entre cada una de las observaciones, y_i , y el valor previsto por el modelo para x_i , $f(x_i)$.

Los gráficos que se muestran a continuación (figuras 6 y 7) representan los valores de los residuos frente a cada uno de los valores predichos por el modelo, en cada uno de los casos analizados, y no poseen características que hagan sospechar el incumplimiento de las hipótesis básicas, en lo que se refiere a la linealidad, a la independencia y a la homocedasticidad. Por otra parte, se comprueba que tampoco existe evidencia de falta de normalidad en el error experimental, por lo que, en consecuencia, el modelo queda validado en ambos casos.



Figuras 6 y 7: gráficos de residuos frente a valores predichos de resistencias (izquierda) y frente a valores predichos del límite elástico

Conclusión. Herramientas de tipo matemático necesarias para la comprensión del análisis del problema

Como se ha mostrado en los párrafos precedentes, se puede afirmar que el alumno debe conocer las técnicas básicas de regresión para estar en condiciones de interpretar, desde el punto de vista aplicado de los materiales, los resultados del ensayo experimental, cuyos datos se le han facilitado. Ahora bien, si se tiene en cuenta el conjunto de conocimientos que requiere el proceso de regresión completo, y los elementos en que dicho proceso se apoya, este conjunto de conocimientos se puede resumir en la siguiente tabla:

- Estadística descriptiva. Gráficos de dispersión.
- Coeficiente de correlación lineal. Propiedades e interpretación.
- Modelos de probabilidad. El modelo normal.
- Parámetros de un modelo de probabilidad. Esperanza matemática y desviación típica.
- Inferencia estadística. Estimación y contrastes.
- La significación estadística. El p valor de un contraste.
- Contrastes de normalidad.
- Los conceptos básicos del análisis de la varianza. Variabilidad explicada y no explicada.

Referencias

- [1] Peña, D. Fundamentos de Estadística. *Alianza editorial*, 2001.
- [2] Peña, D. Regresión y diseño de experimentos. *Alianza editorial*, 2002.
- [3] Cánovas, M.F. Patología y terapéutica del hormigón armado. pp 443-473. *Editorial Dossat, S.A. Barcelona* 1984
- [4] González, J.A. Miranda, J. Corrosión en las estructuras de hormigón armado: Fundamentos, medida, diagnosis y prevención. *Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid* 2007.